

# **Hodnocení způsobilosti technologických procesů**

# Způsobilost procesu

- ◆ schopnost trvale dosahovat předem stanovená kritéria kvality
- ◆ snaha vyjádřit číselně
- ◆ sledují se tyto cíle:
  1. schopnost procesu udržet cílovou hodnotu (T) ukazatele kvality
  2. míra variability kolem cílové hodnoty

# Rozdělení ukazatelů kvality

1. neměřitelný

a) Atribut (c)

2. měřitelný

b) normální rozdělení ( $c_p, c_{pk}, c_{pm}, c_{pmk}$ )

c) jiné než normální rozdělení ( $c_{pp}, c_{pT}$ )

# Obecné předpoklady

- ◆ Proces je stabilizován
- ◆ Měření neobsahují odlehlá pozorování
- ◆ Je správně stanovena tolerance

# Atribut

četnost špatných výrobků

$C = 100 \times (1 - V)$  .....obvykle 98 – 99 %

$$V = \frac{\text{počet nevyhovujících výrobků mezi sledovanými}}{\text{celkový počet sledovaných výrobků}}$$

# Indexy způsobilosti

- ◆ Princip:
  - jedná se o poměr předepsané přesnosti (tolerance USL,LSL) a cílové hodnoty proti skutečně dosahované přesnosti (rozptyl)
- ◆ pokud má soubor normální rozdělení, pak leží v intervalu plus/minus 3x směrodatné odchylky od střední hodnoty a 99,73 % hodnot leží v tomto intervalu

# Index $c_p$

$$c_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

- ◆  $\sigma$  základního souboru většinou není k dispozici, pak používáme výběrovou směrodatnou odchylku  $s$
- ◆ Převrácená hodnota  $1/c_p$  říká, na kolik % je toleranční interval využit
- ◆ Nevýhoda: tento index neodráží, jak je proces centrován

# Index $c_{pk}$

$$c_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \quad c_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$$

- ◆  $c_{pk} = \min (c_{pu}, c_{pl})$
- ◆ pokud  $c_{pu}, c_{pl} < 0$  pak  $c_{pk} = 0$
- ◆ místo sigmy  $\sigma$  použijeme odhad  
 $s = \sigma, \bar{x} = \mu$



# Vyšší hodnota způsobilosti

- ◆ Snižuje přípustné procento zmetkovitosti
- ◆ Zvětšuje robustnost procesu
- ◆ Snižuje pravděpodobnost poruchy zařízení

# Index $c_{pm}$

$$c_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\tau} \quad c_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{s^2 + (x - T)^2}}$$

- ◆ + odstraňuje některé nedostatky  $c_p$  a  $c_{pk}$  např. při zhoršujícím se  $\mu$  a zmenšování  $\sigma$ , posun od cílové hodnoty zaznamenává

# Index $c_{pmk}$

$$c_{pmk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\tau}, \frac{\mu - LSL}{3\tau}\right)$$

- Tzv. index III. generace
- Spojuje dobré vlastnosti indexů  $c_{pk}$  a  $c_{pm}$

# Statistická přejímka

- ◆ Představuje postupy zaměřené na následnou přejímací kontrolu (vstupní, mezioperační, výstupní) produktů s cílem odhadnout stav jakosti dávek a zabránit nežádoucímu průniku produktů s neodpovídající úrovní jakosti do sféry kterékoli další fáze reprodukčního procesu

# Cíl

- ◆ Rozhodnutí o přijetí či zamítnutí přejímané dávky produktů podle předem stanoveného přejímacího pravidla.
- ◆ Testování statistické hypotézy o podílu neshodných jednotek  $p$  v ověřované dávce

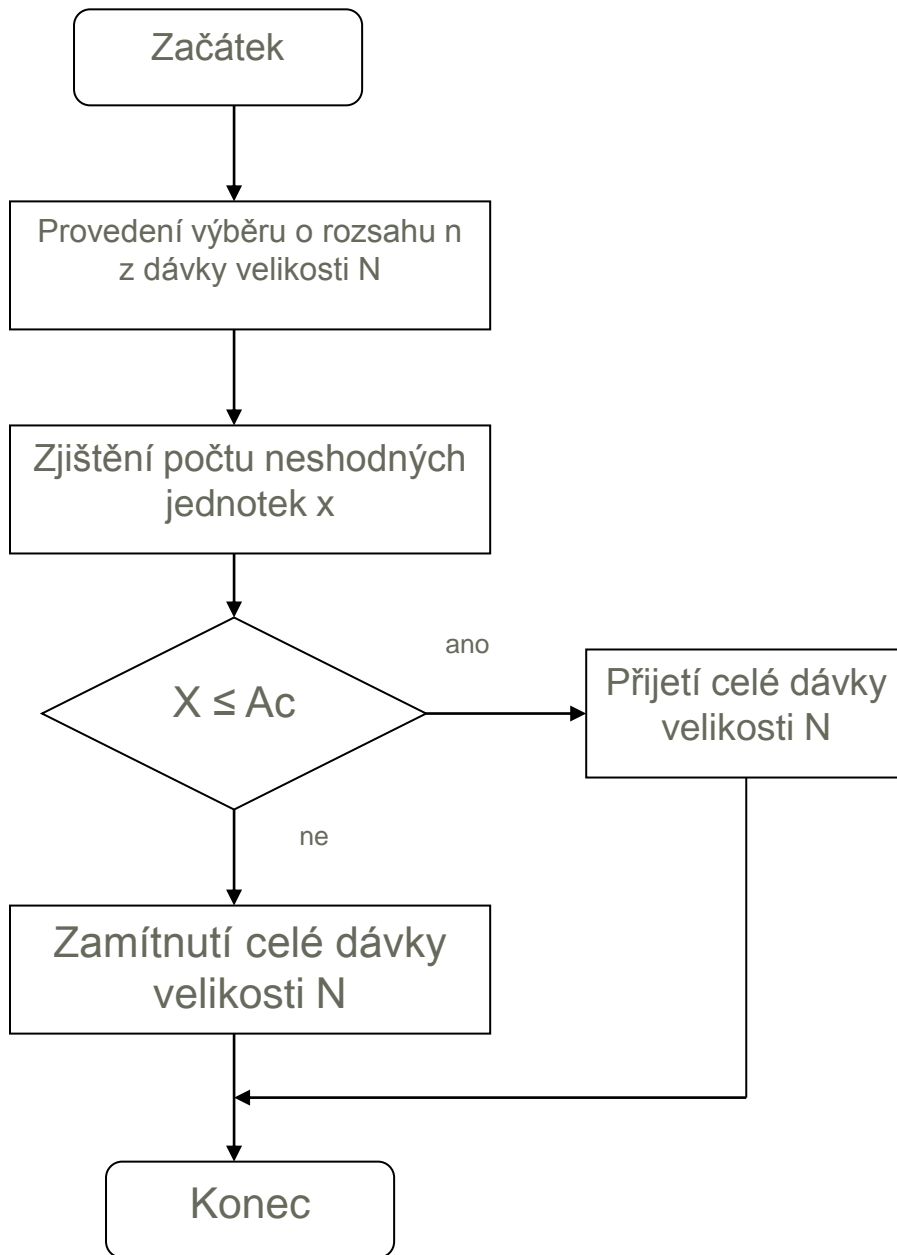
# Členění statistické přejímky

- ◆ Stat. přejímku srovnáváním
- ◆ Stat. přejímku měřením
  - Přejímka jedním výběrem
  - Přejímka dvojím a několikerým výběrem
  - Přejímka postupným výběrem
  - Přejímka nerektifikační (bezopravná)
  - Přejímka rektifikační (opravná)

# Statistická přejímka srovnáním

- ◆ V praxi převládá oproti přejímce měřením z důvodu větší jednoduchosti





# Pojmy

- ◆ 2 druhy chyb:

- ◆ **Chyba I. druhu**

- Chyba, ke které dojde, není-li přijata dávka, která má přijatelnou úroveň jakosti
- **riziko dodavatele**, že mu budou zamítnuty vyhovující dávky, obsahující procento neshodných jednotek menší nebo rovno AQL. Pro dodavatele tato hodnota představuje záruku, že mu budou zamítnuty dávky obsahující přípustné procento neshodných jednotek AQL a méně nejvýše s pravděpodobností  $\alpha$

## ◆ **Chyba II. druhu**

- Chyba, ke které dojde, pokud je přijata dávka s nepřijatelnou úrovní jakosti
- **riziko odběratele**, že přijme nevyhovující dávky s procentem neshodných jednotek LQ. Pro odběratele tato hodnota představuje záruku, že převezme dávky obsahující nepřípustné procento neshodných jednotek LQ a více nejvýše s pravděpodobností  $\beta$

- ◆ **Operativní charakteristika** – vyjadřuje účinnost přejímacího plánu při určitém podílu neshodných jednotek v dávce. Každý přejímací plán (každá kombinace parametrů  $n$  a  $A_c$ ) má svoji operativní charakteristiku.
- ◆ **Přejímací plán** = jednoznačné, předem stanovené pravidlo pro provedení rozhodnutí o přijetí či zamítnutí přejímané dávky, obsahuje pevně stanovený rozsah výběru a přesně definované přejímací kritérium, většinou přejímací plán označujeme dvojicí čísel  $(n, A_c)$

- ◆ **n** – rozsah výběru, počet jednotek produktu vybíraný náhodně z přejímané dávky
- ◆ **náhodný výběr** – všechny jednotky v přejímací dávce mají stejnou pravděpodobnost, že budou zahrnuty do výběru
- ◆ **Ac** – Acceptance Number, přejímací kritérium, nejvýše přípustný počet neshodných jednotek ve výběru

- ◆ **Re** – Rejectance Number, zamítací kritérium, nepřijatelný počet neshodných jednotek ve výběru
- ◆ **AQL** – Acceptable Quality Level, přípustné % neshodných jednotek v dávce
- ◆ **LQ** – Limiting Quality, nepřijatelné % neshodných jednotek v dávce
- ◆ **p<sub>A</sub>** – přípustný podíl jednotek v dávce
- ◆ **p<sub>R</sub>** – nepřijatelný podíl neshodných jednotek v dávce

# Sestrojení operativní charakteristiky pro přijímací plán (n, AC)

$$P_a = P(X \leq Ac) = \sum_{x=0}^{Ac} p(x)$$

$p(x)$  je pravděpodobnost, že ve výběru o rozsahu  $n$  je právě  $x$  neshodných jednotek

- ◆ Počet neshodných jednotek ve výběru je náhodná veličina, která má hypergeometrické rozdělení

$$P_a = \sum_{x=0}^{Ac} \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

- ◆  $N$  je rozsah dávky
- ◆  $M$  je počet neshodných jednotek v dávce
- ◆  $n$  je rozsah výběru daný přejímacím plánem
- ◆  $Ac$  je přejímací číslo dané plánem



- ◆ Je-li  $N$  dostatečně velké  $\left(\frac{n}{N} < 0,1\right)$  lze hypergeometrické rozdělení aproximovat binomickým rozdělením s parametrem  $p=M/N$ . Tuto ppt pak můžeme vyjádřit:

$$P_a = \sum_{x=0}^{Ac} \binom{n}{x} p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

Při splnění podmínek:

- ◆  $n/N < 0,1$
- ◆  $n > 30$
- ◆  $p < 0,1 \dots p = M/N$
- ◆ Lze binomické rozdělení aproximovat Poissonovým rozdělením s parametrem  $\lambda = np$

$$P_a = \sum_{x=0}^{Ac} \frac{e^{-np} (np)^x}{x!}$$

# Příklad

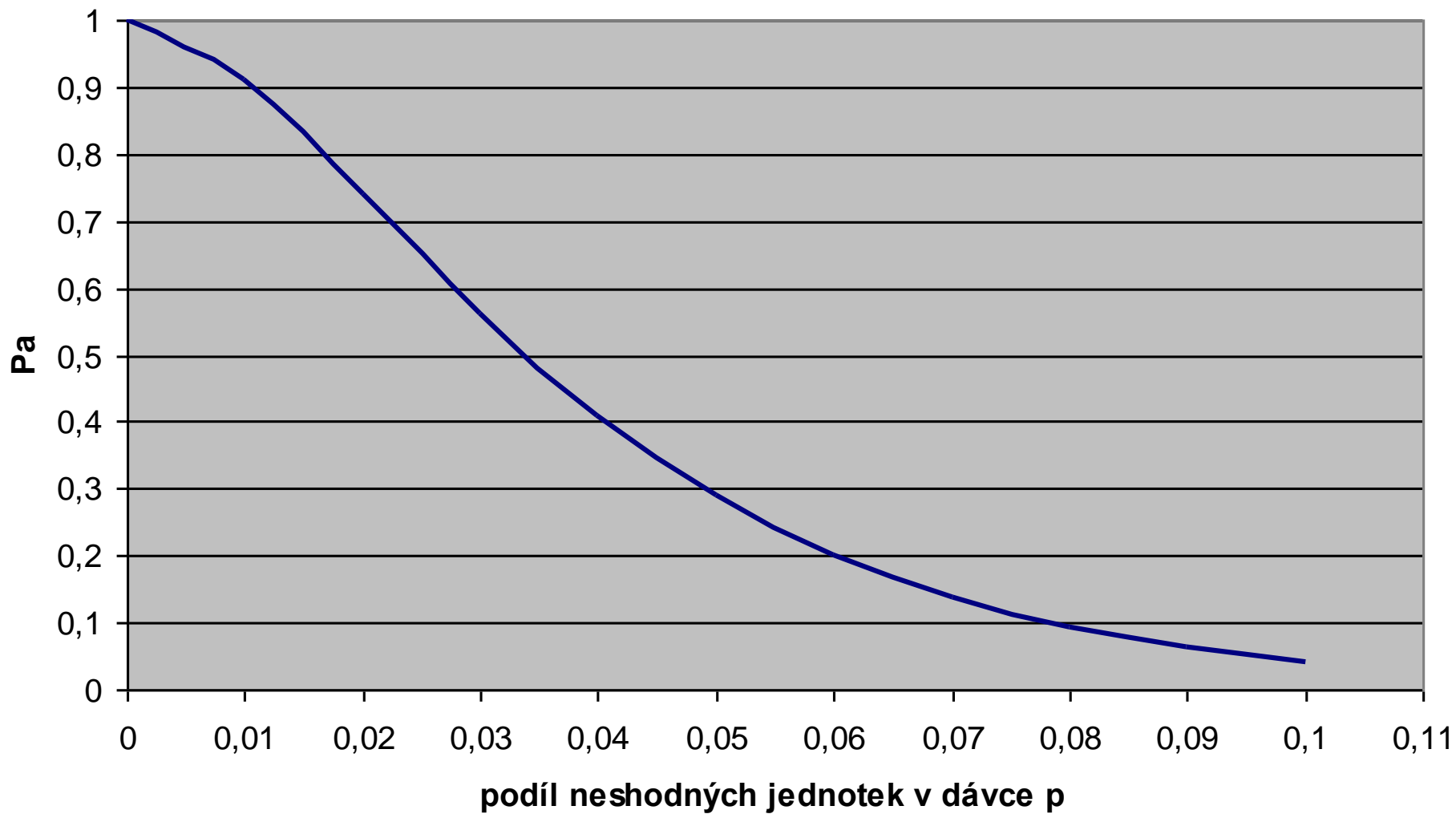
- ◆ Máme za úkol sestavit operativní charakteristiku pro přejímací plán  $(50, 1)$  a dále zjistit rizika dodavatele a odběratele  $\alpha$  a  $\beta$ . jsou zadány hodnoty  $p_A = AQL / 100 = 0,01$ ,  $p_R = LQ / 100 = 0,06$ . Rozsah dávky  $N$  je 600 ks.

Podíl neshodnýc h jednotek $p$	$np$	$P_a$
0,01	0,5	
0,02	1	
0,03	1,5	
0,04	2	
0,05	2,5	
0,06	3	
0,07	3,5	
0,08	4	
0,09	4,5	
0,1	5	

$$P_a = \sum_{x=0}^1 \frac{e^{-50.0,01} (50.0,01)^x}{x!} = \frac{e^{-0,5} \cdot (0,5)^0}{0!} + \frac{e^{-0,5} \cdot (0,5)^1}{1!} = 0,9098$$

Podíl neshodnýc h jednotek $p$	$np$	$P_a$
0,01	0,5	0,91
0,02	1	0,74
0,03	1,5	0,56
0,04	2	0,41
0,05	2,5	0,29
0,06	3	0,20
0,07	3,5	0,14
0,08	4	0,09
0,09	4,5	0,06
0,1	5	0,04

## Operativní charakteristika

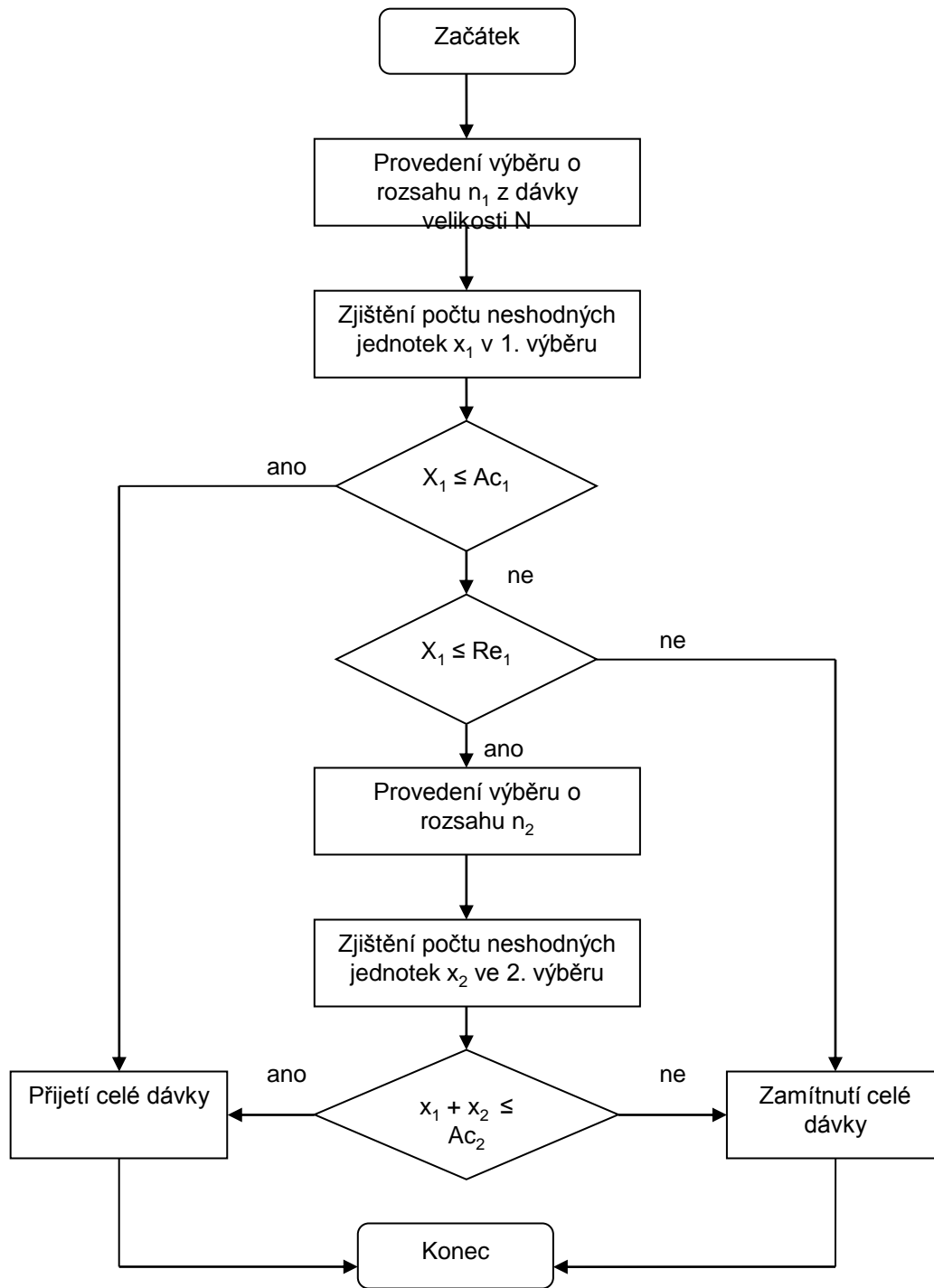


- ◆ Hodnoty rizik  $\alpha$  a  $\beta$  říkají, že při  
přejímacím plánu (50, 1) v 9  
případech ze 100 bude dodavateli  
zamítnuta vyhovující dávka  
obsahující 1% neshodných jednotek  
a odběratel ve 20 případech ze 100  
přijme nevyhovující dávku se 6%  
neshodných jednotek.



Označení normy	Název normy
ČSN 01 0254	Statistická přejímka srovnáváním
ČSN 01 0257	Statistická přejímka srovnáváním pro plynulou výrobu
ČSN ISO 01 0260	Statistická přejímka srovnáváním. Přejímací plány jedním výběrem s přípustným počtem vadných ve výběru rovným nule
ČSN ISO 2859-1	Statistické přejímky srovnáváním. Část 1: Přejímací plány AQL pro kontrolu každé dávky v sérii
ČSN ISO 2859-2	Statistické přejímky srovnáváním. Část 2: Přejímací plány LQ pro kontrolu izolovaných dávek
ČSN ISO 2859-3	Statistické přejímky srovnáváním. Část 3: Občasná statistická přejímka
ČSN 8422	Přejímací plány postupným výběrem pro kontrolu srovnáváním

- ◆ Přejímka jedním, dvojím, několikerým, postupným výběrem
- ◆ Přejímka opakujících se dávek stejného produktu od téhož dodavatele
- ◆ Občasná přejímka



# Statistická přejímka měřením

- ◆ Ve srovnání se statistickou přejímkou srovnáváním je přejímka měřením ekonomičtější
- ◆ je třeba však zvážit náklady na provádění měření
- ◆ rozdělení tohoto znaku jakosti v dávce je normální rozdělení

# Členění přejímek měření

- ◆ Je předepsána jen jedna mezní hodnota horní U nebo dolní L (jednostranná mezní hodnota)
- ◆ Jsou předepsány obě mezní hodnoty (oboustranné mezní hodnoty)
- ◆ Dle skutečnosti zda je nebo není známá  $\underline{s}$  výrobního procesu

# Aplikace tzv. s-metody

- 1) Volí se vhodný přejímací plán, tentokrát dvojice čísel  $(n, k)$
- 2) Provedení výběru o rozsahu  $n$
- 3) Výpočet výběrových char.  $\bar{x}$ ,  $s$
- 4) Výpočet ukazatelů  $Q_U$  a  $Q_L$

$$Q_U = \frac{U - \bar{x}}{s} \qquad Q_L = \frac{\bar{x} - L}{s}$$

## 5) Rozhodnutí o přijetí či zamítnutí dávky dle kritérií:

- a)  $Q_U < k$  ... dávka se zamítá
- b)  $Q_L < k$  ... dávka se zamítá
- c)  $Q_U < k$  a  $Q_L < k$  ... dávka se zamítá

Označení normy	Název normy
ČSN ISO 3951	Přejímací postupy a grafy při kontrole měření pro procento neshodných jednotek
ČSN ISO 8423	Přejímací plány postupným výběrem pro kontrolu měření pro procento neshodných jednotek (známá směrodatná odchylka)



# Příklad

- ◆ Pro přejímku dávek o rozsahu  $N = 800$  výrobků s-metodou jedním výběrem zvolené hodnotě  $AQL = 4\%$  byl dle normy ČSN ISO 3951 stanoven přejímací plán  $n = 35$  a  $k = 1,39$ . Pro sledovaný znak jakosti je předepsána dolní mezní hodnota  $L = 14$ . Úkolem je ověřit, zda dávka vyhovuje kritériím jakosti nebo ne, numericky i graficky

# Numerické řešení

- ◆ Z výsledků výběrové kontroly vypočteme  $\bar{X} = 21,31$  a  $s = 4,96$
- ◆ Dále vypočteme odhad hodnoty ukazatele jakosti  $Q_L$ :

$$Q_L = \frac{\bar{X} - L}{s} = 1,45$$

- ◆ Protože  $Q_L > k$ , lze dávku přijmout

# Grafické řešení

